

Quantengravitation und Quantenkosmologie

Claus Kiefer

Institut für Theoretische Physik
Universität zu Köln



Inhaltsverzeichnis

Warum Quantengravitation?

Stufen zur Quantengravitation

Gravitonen

Kanonische Quantengravitation

Quantenkosmologie



Max Planck, Über irreversible Strahlungsvorgänge, *Sitzungsberichte der königlich-preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, phys.-math. Klasse*, Seiten 440–80 (1899)

Planck-Einheiten

$$l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1.62 \times 10^{-33} \text{ cm}$$

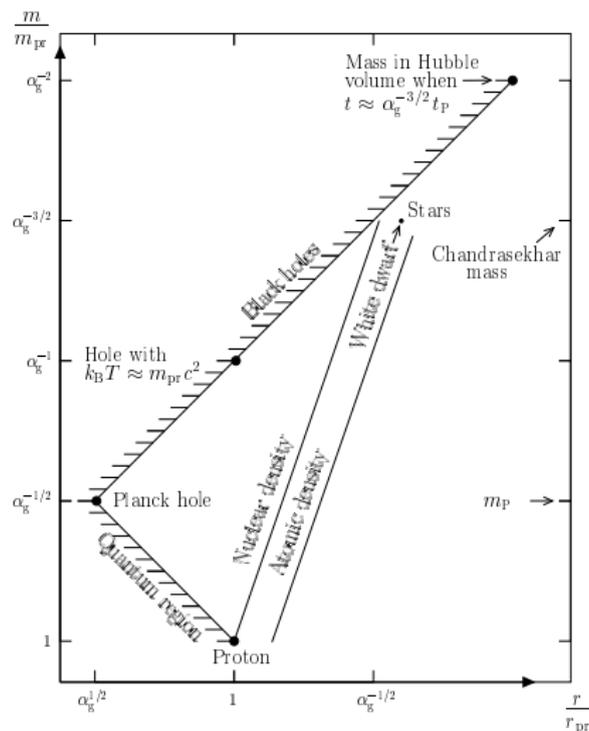
$$t_P = \frac{l_P}{c} = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} \approx 5.40 \times 10^{-44} \text{ s}$$

$$m_P = \frac{\hbar}{l_P c} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 2.17 \times 10^{-5} \text{ g} \approx 1.22 \times 10^{19} \text{ GeV}/c^2$$

Max Planck (1899):

Diese Größen behalten ihre natürliche Bedeutung so lange bei, als die Gesetze der Gravitation, der Lichtfortpflanzung im Vacuum und die beiden Hauptsätze der Wärmetheorie in Gültigkeit bleiben, sie müssen also, von den verschiedensten Intelligenzen nach den verschiedensten Methoden gemessen, sich immer wieder als die nämlichen ergeben.

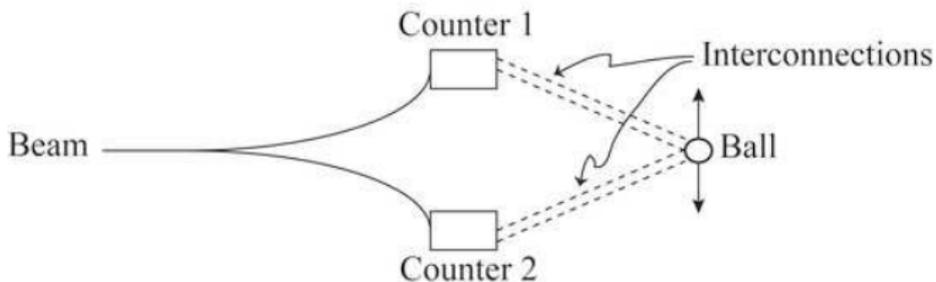
Strukturen im Universum



$$\alpha_g = \frac{G m_{\text{pr}}^2}{\hbar c} = \left(\frac{m_{\text{pr}}}{m_{\text{P}}} \right)^2 \approx 5.91 \times 10^{-39}$$

Richard Feynman 1957:

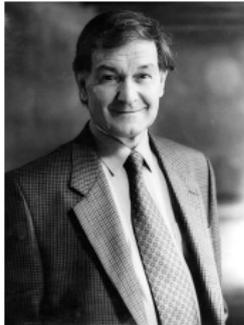
... if you believe in quantum mechanics up to any level then you have to believe in gravitational quantization in order to describe this experiment. ... It may turn out, since we've never done an experiment at this level, that it's not possible ... that there is something the matter with our quantum mechanics when we have too much *action* in the system, or too much mass—or something. But that is the only way I can see which would keep you from the necessity of quantizing the gravitational field. It's a way that I don't want to propose. ...



Warum Quantengravitation?

- ▶ Superpositionsprinzip
- ▶ Vereinheitlichung aller Wechselwirkungen
- ▶ Singularitätentheoreme
 - ▶ Schwarze Löcher
 - ▶ „Urknall“
- ▶ Das Problem der Zeit
- ▶ Das Scheitern von Alternativen

Die Grenzen der klassischen Kosmologie



Roger Penrose und Stephen Hawking 1970:

Unter sehr allgemeinen Annahmen ist Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie unvollständig; sie kann den Anfang des Universums nicht beschreiben („Singularitätentheoreme“).

QUANTENGRAVITATION?



Albertus Magnus (um 1200 - 1280):
„Ergo esse temporis non dependet ab anima, sed temporis perceptio.“
(„Von der Seele hängt wohl ab, daß die Zeit wahrgenommen wird, nicht aber
das Sein der Zeit.“)

Das Problem der Zeit

- ▶ **Absolute Zeit** in der Quantentheorie:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi$$

- ▶ **Dynamische Zeit** in der Allgemeinen Relativitätstheorie:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

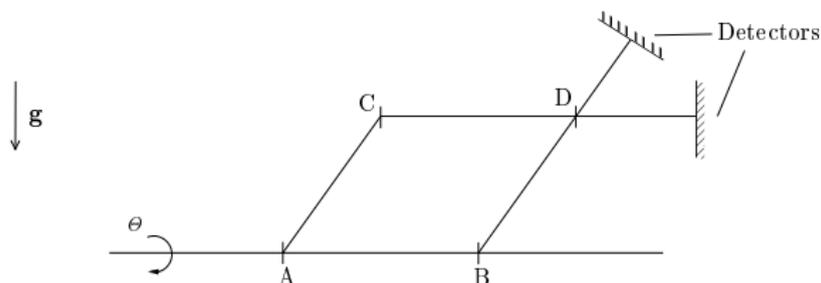
QUANTENGRAVITATION?

Stufen zur Quantengravitation

- ▶ Wechselwirkung von mikro- und makroskopischen Systemen mit einem äußeren Gravitationsfeld
- ▶ Quantenfeldtheorie auf gekrümmtem Hintergrund (bzw. in Nichtinertialsystemen)
- ▶ Volle Quantengravitation

Quantensysteme im äußeren Gravitationsfeld

Neutronen- und Atominterferometrie



Experimente:

- ▶ Neutroneninterferometrie im Erdfeld (Colella, Overhauser und Werner („COW“) 1975)
- ▶ Neutroneninterferometrie in beschleunigten Systemen (Bonse und Wroblewski 1983)
- ▶ Diskrete Neutronenzustände im Erdfeld (Nesvizhevsky *et al.* 2002)
- ▶ Flüstergalerie für Neutronen (Nesvizhevsky *et al.* 2009)
- ▶ Atominterferometrie (z. B. Peters, Chung, Chu 2001: Messung von g mit Genauigkeit $\Delta g/g \sim 10^{-10}$)

Strahlung Schwarzer Löcher

Schwarze Löcher strahlen mit einer **Temperatur** proportional zu \hbar :

$$T_{\text{BH}} = \frac{\hbar \kappa}{2\pi k_{\text{B}} c}$$

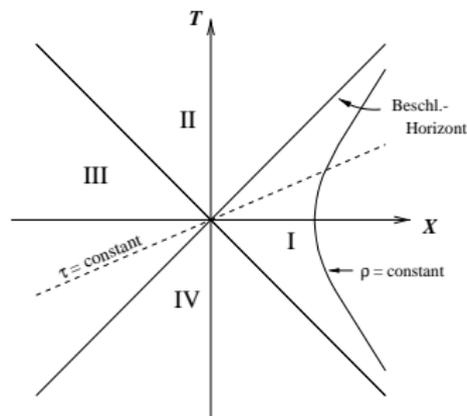
Schwarzschild-Fall:

$$\begin{aligned} T_{\text{BH}} &= \frac{\hbar c^3}{8\pi k_{\text{B}} G M} \\ &\approx 6.17 \times 10^{-8} \left(\frac{M_{\odot}}{M} \right) \text{ K} \end{aligned}$$

Schwarze Löcher haben auch eine **Entropie**:

$$S_{\text{BH}} = k_{\text{B}} \frac{A}{4l_{\text{P}}^2} \stackrel{\text{Schwarzschild}}{\approx} 1.07 \times 10^{77} k_{\text{B}} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^2$$

Analoger Effekt im flachen Raum



Beschleunigter Beobachter im Minkowski-Vakuum sieht thermische Strahlung mit Temperatur

$$T_{\text{DU}} = \frac{\hbar a}{2\pi k_{\text{B}} c} \approx 4.05 \times 10^{-23} a \left[\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \right] \text{ K} .$$

(Davies-Unruh-Temperatur)

Mögliche Tests von Hawking- und Unruh-Strahlung

- ▶ Primordiale Schwarze Löcher
- ▶ Erzeugung von kleinen Schwarzen Löchern am *Large Hadron Collider* (LHC)?
- ▶ Hinweise auf den Unruh-Effekt in Experimenten mit leistungsstarken Lasern?

Hauptzugänge zur Quantengravitation

No question about quantum gravity is more difficult than the question, "What is the question?"
(John Wheeler 1984)

- ▶ Quantisierte Relativitätstheorie
 - ▶ Kovariante Zugänge (Störungstheorie, Pfadintegrale, ...)
 - ▶ Kanonische Zugänge (Geometrodynamik, Schleifentheorie, ...)
- ▶ Stringtheorie („M-Theorie“)
- ▶ Fundamentale diskrete Zugänge (Quantentopologie, kausale Mengen, Gruppenfeldtheorie, ...); sind zum Teil Ableger der anderen Zugänge

Linearisierte Quantengravitation

Pionier: Matvei Bronstein (1936)

Störungstheorie:

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

- ▶ $\bar{g}_{\mu\nu}$: klassischer Hintergrund
- ▶ Störungstheorie bezüglich $h_{\mu\nu}$
(Feynman-Regeln)
- ▶ „Teilchen“ der Quantengravitation: **Graviton**
(masseloses¹ Spin-2-Teilchen)
- ▶ **Nichtrenormierbarkeit**

¹ $m_g \lesssim 10^{-29}$ eV, vgl. $m_\gamma \leq 10^{-18}$ eV

Beispiel: Übergang von dem $3d$ -Niveau zu dem $1s$ -Niveau im Wasserstoffatom durch Aussendung eines Gravitons:

$$\Gamma_g = \frac{Gm_e^3 c \alpha^6}{360 \hbar^2} \approx 5.7 \times 10^{-40} \text{ s}^{-1}$$

Dies entspricht einer Lebensdauer des Niveaus von

$$\tau_g \approx 5.6 \times 10^{31} \text{ Jahren .}$$

Gravitonen aus dem frühen Universum

Während der inflationären Phase des frühen Universums ($\sim 10^{-34}$ s nach dem Urknall) werden Gravitonen erzeugt, deren Einfluß im Prinzip in der Polarisation der Hintergrundstrahlung (CMB) sichtbar ist.

$$\langle h_{\mathbf{k}} h_{\mathbf{k}'} \rangle = \frac{4}{k^3} (t_{\text{P}} H)^2 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \equiv P_t \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}')$$

Leistungsspektrum:

$$\Delta_t^2(k) := \frac{k^3}{2\pi^2} P_t = \frac{2}{\pi^2} (t_{\text{P}} H)^2$$

Das BICEP2-Experiment

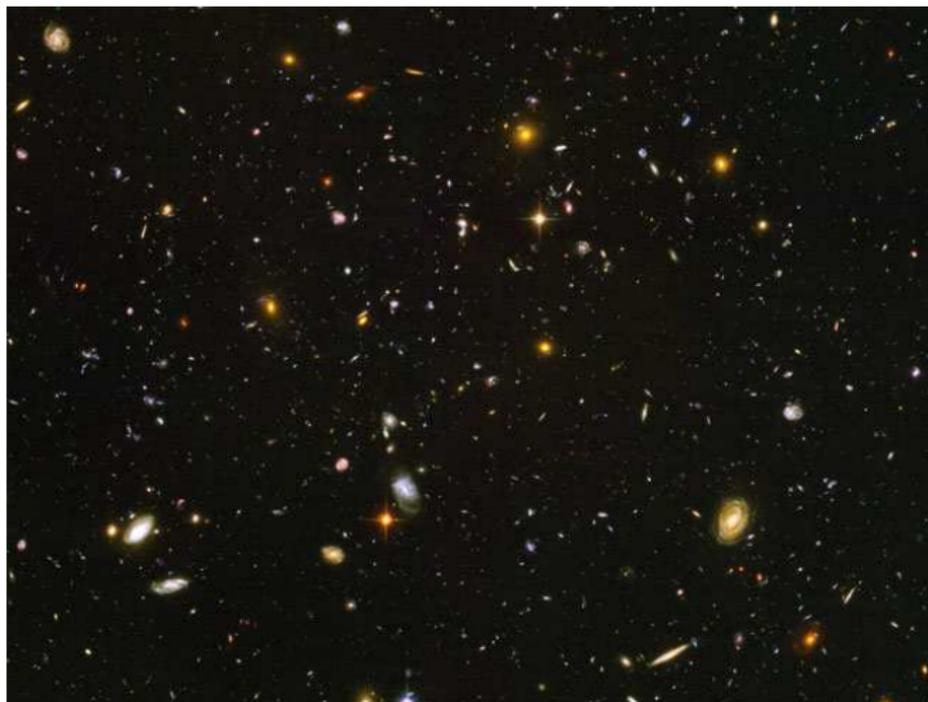
“Background Imaging of Cosmic Extragalactic Polarization”



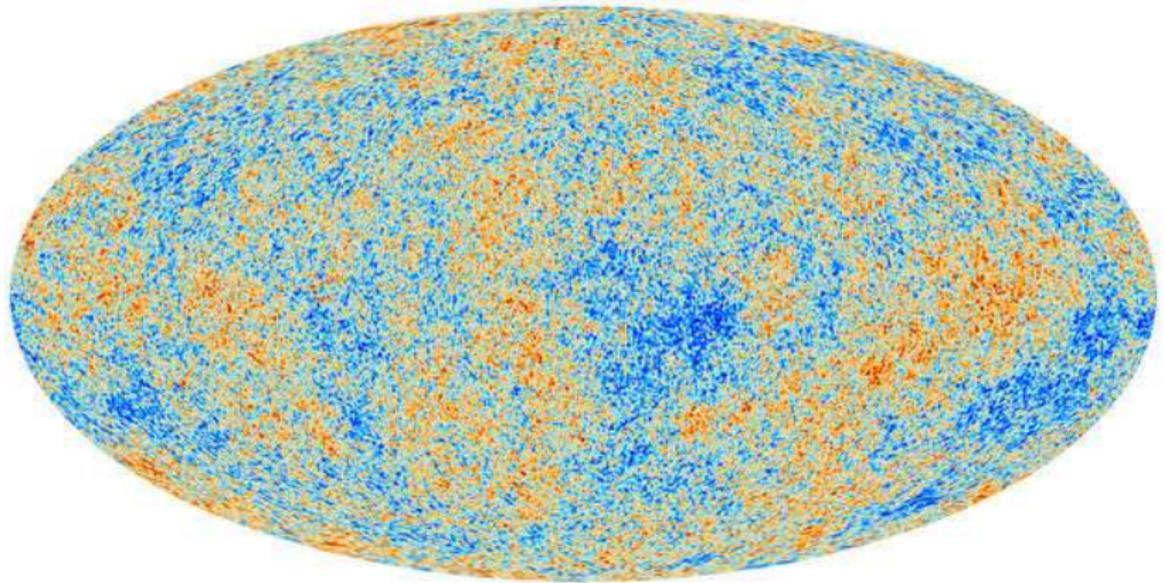
Abbildungsnachweis: BICEP2 Collaboration

Unser Universum

Ein Blick in das frühe Universum:



Spektrum der Kosmischen Hintergrundstrahlung



Abbildungsnachweis: ESA/PLANCK Collaboration

Quantenursprung der Fluktuationen

Leistungsspektrum für den skalaren Teil der Metrik plus dem Inflaton:

$$\Delta_s^2(k) = \frac{1}{8\pi^2} (t_P H)^2 \epsilon^{-1} \approx 2 \times 10^{-9}$$

ϵ : Parameter, der das langsame Herunterrollen des Feldes beschreibt

Stärkenverhältnis Gravitonen zu skalaren Fluktuationen:

$$r := \frac{\Delta_t^2}{\Delta_s^2} = 16\epsilon$$

Hierbei handelt es sich um einen ersten empirischen Test der (linearisierten) Quantengravitation.

$$Z[g] = \int \mathcal{D}g_{\mu\nu}(x) e^{iS[g_{\mu\nu}(x)]/\hbar}$$

Zusätzlich: Summe über alle Topologien?

- ▶ Euklidische Pfadintegrale
(z.B. für den Vorschlag von Hartle und Hawking
oder den Regge-Kalkül)
- ▶ Lorentzsche Pfadintegrale
(z.B. für die dynamische Triangulierung)

Kanonische Quantengravitation

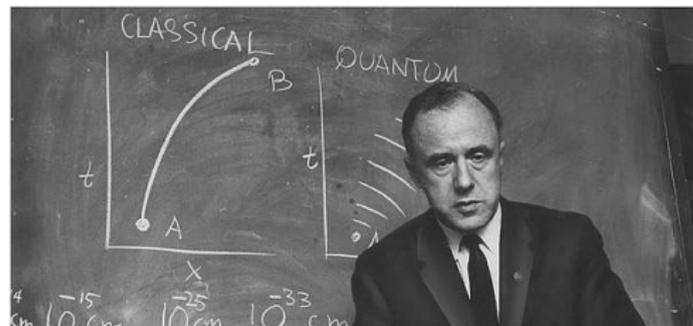
Zentrale Gleichungen sind **Zwangsbedingungen**:

$$\hat{H}\Psi = 0$$

Unterscheidung in:

- ▶ **Geometrodynamik** –
Variablen sind Metrik und äußere Krümmung
- ▶ **Zusammenhangsdynamik** –
Variablen sind Zusammenhang (A_a^i) und farbelektrisches Feld (E_i^a)
- ▶ **Schleifendynamik** –
Variablen sind Holonomie und Fluß von E_i^a

Die Zeitlosigkeit der Quantengravitation



$$\hat{H}\Psi = 0$$

(Wheeler-DeWitt-Gleichung)

Auf der fundamentalen Ebene der Quantengravitation ist die Zeit völlig verschwunden. Nur unter wohldefinierten speziellen Umständen ergibt sich ein approximativer Zeitbegriff, der mit dem Zeitbegriff in der Relativitätstheorie übereinstimmt.

Das Problem der Zeit

- ▶ Die äußere Zeit t ist verschwunden!
- ▶ Die gilt auch für die Schleifentheorie und vermutlich auch für die Stringtheorie
- ▶ Die Wheeler-DeWitt-Gleichung hat die Struktur einer Schwingungsgleichung und erlaubt deshalb die Einführung einer „inneren Zeit“
- ▶ Was passiert mit der Hilbert-Raum-Struktur in der Abwesenheit einer äußeren Zeit t ?

Auf der Suche nach der verlorenen Zeit



Die „Illusion der Zeit“ entsteht durch Korrelation mit dem „Rest des Universums“ analog zu der Lektüre eines Buches

Gell-Mann und Hartle 1990:

„Die Quantenmechanik selbst kann man am besten und grundlegendsten im Rahmen der Quantenkosmologie verstehen.“

- ▶ Universell gültige Quantentheorie:
Anwendung auf das Universum als Ganzes als dem einzigen streng abgeschlossenen System führt zu einer „Wellenfunktion des Universums“
- ▶ Benötige Quantentheorie der Gravitation, da diese auf kosmischen Skalen dominiert

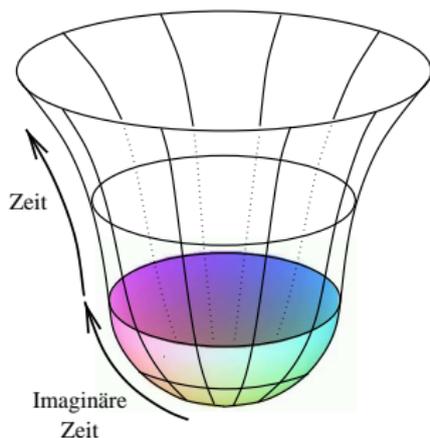
Interpretation der Quantenkosmologie

Praktisch einzige benutzte Interpretation wegen der Linearität der Gleichungen: [Everett-Interpretation](#)
(mit Dekohärenz als wesentlichem Bestandteil)

B. S. DeWitt 1967:

Everett's view of the world is a very natural one to adopt in the quantum theory of gravity, where one is accustomed to speak without embarrassment of the 'wave function of the universe.' It is possible that Everett's view is not only natural but essential.

Beispiel: Ein Vorschlag zur „Entstehung“ der Zeit



Stephen Hawking, Vatikankonferenz 1982:

Die Randbedingungen des Universums müssen sehr speziell sein, und was kann spezieller sein als die Bedingung, daß es keinen Rand gibt.

- ▶ **Wheeler-DeWitt-Gleichung**

$$\frac{1}{2} \left(\frac{G\hbar^2}{a^2} \frac{\partial}{\partial a} \left(a \frac{\partial}{\partial a} \right) - \frac{\hbar^2}{a^3} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - G^{-1}a + G^{-1} \frac{\Lambda a^3}{3} + m^2 a^3 \phi^2 \right) \psi(a, \phi) = 0$$

- ▶ **Schleifenquantenkosmologie**

Differenzengleichung statt Differentialgleichung:

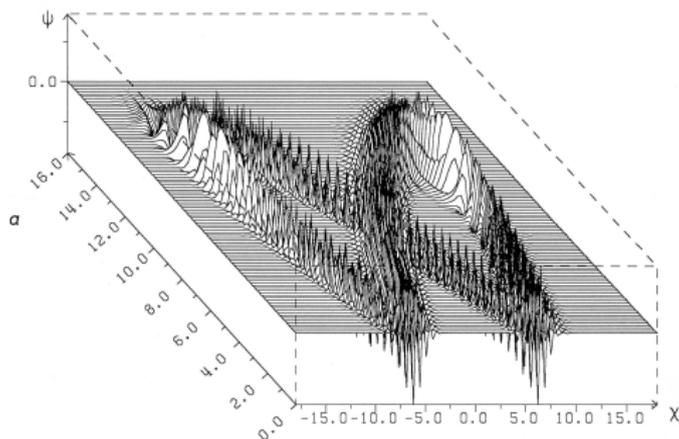
Der Skalenfaktor a kann nur diskrete Werte annehmen; $a = 0$ kann vermieden werden (Bojowald 2000 etc.)

Ableitung von abgewandelten Friedmann-Gleichungen

SINGULARITÄTSVERMEIDUNG?

Der indefinite Oszillator in der Quantenkosmologie

$$\hat{H}\psi(a, \chi) \equiv (-H_a + H_\chi)\psi \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial a^2} - \frac{\partial^2}{\partial \chi^2} - a^2 + \chi^2 \right) \psi = 0$$



Wie speziell ist das Universum?

Penrose (1981):

Entropie des beobachteten Teils des Universums wird maximal, wenn sich seine gesamte Masse in einem Schwarzen Loch versammelt; die Wahrscheinlichkeit für unser Universum wäre dann (aktualisierte Version aus C.K., arXiv:0910.5836)

$$\frac{\exp\left(\frac{S}{k_B}\right)}{\exp\left(\frac{S_{\max}}{k_B}\right)} \sim \frac{\exp(3.1 \times 10^{104})}{\exp(1.8 \times 10^{121})} \approx \exp(-1.8 \times 10^{121})$$

Zeitpfeil aus der Quantenkosmologie?

Fundamentale Asymmetrie in bezug auf die „innere Zeit“:

$$\hat{H}\Psi = \left(\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2} + \sum_i \left[-\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \underbrace{V_i(\alpha, x_i)}_{\rightarrow 0 \text{ für } \alpha \rightarrow -\infty} \right] \right) \Psi = 0$$

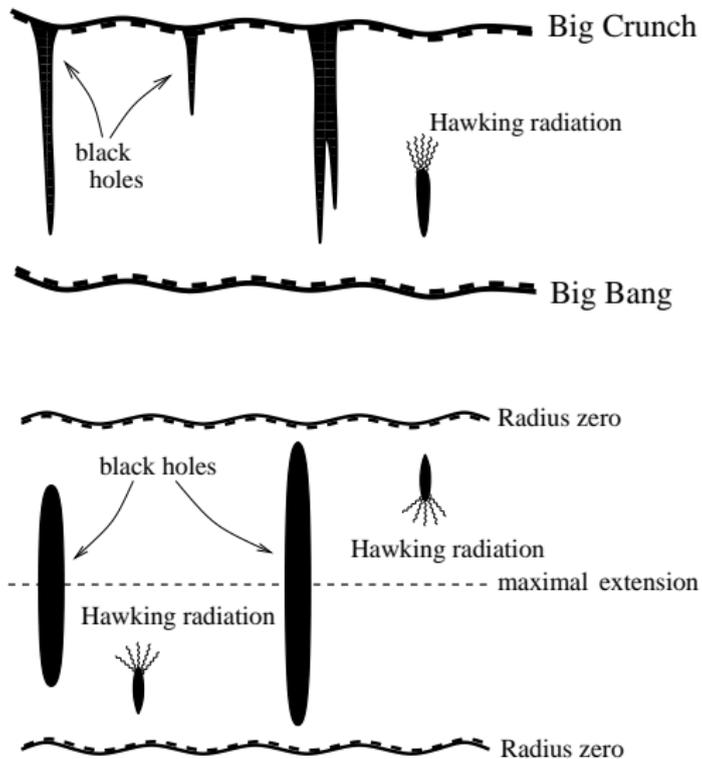
Ist mit der folgenden einfachen Randbedingung verträglich:

$$\Psi \xrightarrow{\alpha \rightarrow -\infty} \psi_0(\alpha) \prod_i \psi_i(x_i)$$

Entropie wächst mit zunehmendem α , da die Verschränkung mit anderen Freiheitsgraden zunimmt

→ **definiert** Zeitrichtung

Ist die Expansion des Universums eine Tautologie?



(C. K. und Zeh 1995)

Determinismus oder Zufall?

- ▶ Hypothetischer Blick von „außen“ (**Vogelperspektive**): Die fundamentale Quantenwelt ist zeitlos und enthält alle von ψ erlaubten Möglichkeiten (Determinismus in einem trivialen Sinn).
- ▶ Unsere Perspektive (**Froschperspektive**): Die Quantenwelt erscheint zeitabhängig und dem Zufall unterworfen; die übliche Zeit ist nur eine Näherung. Ihre Richtung läßt sich im Prinzip aus einer einfachen Randbedingung in der Quantengravitation verstehen.

Quo vadis?

Albert Einstein 1953:

Es hat schweren Ringens bedurft, um zu dem für die theoretische Entwicklung unentbehrlichen Begriff des selbständigen und absoluten Raumes [und der Zeit] zu gelangen. Und es hat nicht geringerer Anstrengung bedurft, um diesen Begriff nachträglich wieder zu überwinden – ein Prozeß, der wahrscheinlich noch keineswegs beendet ist.

Literatur:

- ▶ **Fachbuch** – C. Kiefer, *Quantum Gravity* (3. Auflage, Oxford University Press 2012)
- ▶ **Sachbuch** – C. Kiefer, *Der Quantenkosmos* (S. Fischer 2008)